

УДК 658; 338

**Данчук Віктор Дмитрович**

*доктор фізико-математичних наук, професор,  
професор кафедри інформаційно-аналітичної діяльності  
та інформаційної безпеки  
Національний транспортний університет*

**Danchuk Viktor**

*Doctor of Sciences in Physics and Mathematics, Professor,  
Professor of the Department of Information and  
Analytical Activity and Information Security  
National Transport University  
ORCID: 0000-0003-4282-2400*

**Данчук Марія Вікторівна**

*кандидат економічних наук, доцент,  
доцент кафедри економіки  
Національний транспортний університет*

**Danchuk Mariia**

*Candidate of Economic Sciences, Associate Professor,  
Associate Professor of the Department of Economics  
National Transport University  
ORCID: 0009-0007-3033-3227*

**ДОСЛІДЖЕННЯ СИНЕРГЕТИЧНОЇ ПРИРОДИ  
ПІДПРИЄМНИЦЬКИХ РИЗИКІВ В СУЧАСНИХ УМОВАХ  
РОЗВИТКУ ЕКОНОМІКИ  
STUDY OF THE SYNERGETIC NATURE OF BUSINESS RISKS IN  
THE MODERN CONDITIONS OF ECONOMIC DEVELOPMENT**

**Анотація.** Вступ. Сучасні тенденції прискорення науково-технічного прогресу, і як наслідок, активне впровадження швидкозмінних наукоємних інноваційних технологій із короткими життєвими циклами, глобалізація, ускладнення та взаємовплив процесів соціально-економічного розвитку цивілізації обумовлюють нелінійний (біфуркаційний) характер перебігу економічних процесів. Відповідно, непередбачуваність ринків капіталу, несподівані стрибки цін, раптові падіння, важкі кризи, що переживає економіка, підвищують рівень невизначеності та мінливості підприємницького середовища, спричиняють неясність та невпевненість в отриманні очікуваного результату підприємницької діяльності, посилюють ризикованість ведення бізнесу.

Наявні наукові розробки не дають чіткого уявлення про сутність та природу ризику підприємницької діяльності в сучасних умовах, що ускладнює виявлення та відпрацювання механізмів ефективного управління фінансово-господарчою діяльністю підприємства. У більшості таких наукових досліджень вважається, що єдиною об'єктивною причиною виникнення невизначеності і, отже, ризиків підприємницької діяльності, є стохастичний (випадковий) характер поведінки виробничої системи, як суб'єкту підприємницької діяльності, та зовнішнього підприємницького (ринкового) середовища незалежно від характеру динаміки цієї діяльності.

Тому дослідження природи підприємницьких ризиків, розробки методів та моделей оцінки й управління ризиками підприємницької діяльності в сучасних умовах нелінійного перебігу процесів у відкритих нерівноважних економічних системах набувають великої як фундаментальної, так і прикладної актуальності.

**Мета.** Метою роботи є дослідження об'єктивної природи підприємницьких ризиків діяльності суб'єктів господарювання в сучасних умовах нелінійного перебігу процесів у відкритих нерівноважних економічних системах. При цьому розглядається, що такі нелінійні

*процеси, які відбуваються в економічних системах на всіх рівнях ієрархії, мають синергетичний характер.*

*Матеріали і методи. Матеріалами дослідження є: 1) нормативно-правове забезпечення регулювання економічної діяльності; 2) аналітичні публікації міжнародних установ та організацій, праці вітчизняних та зарубіжних авторів щодо аналізу природи підприємницьких ризиків, розробки методів та моделей оцінки й управління ризиками підприємницької діяльності.*

*Теоретико-методологічною базою досліджень є системно-синергетичний підхід, як основа сучасної концепції універсального еволюціонізму. Для досягнення поставленої мети використано комплекс наукових теорій та методів, а саме: методи системного аналізу та теоретичного узагальнення – для виявлення та обґрунтування основних рис та тенденцій нелінійного характеру сучасного соціально-економічного розвитку суспільства, визначення сутності та особливостей підприємницької діяльності, а також прояву ризиків такої діяльності; чисельні методи імітаційного моделювання, метод аналізу фазових траєкторій – для побудови біфуркаційних діаграм, аналізу в області біфуркаційних переходів еволюції фінансово-економічних показників підприємницької діяльності підприємства.*

*Результати. У науковій статті розвинуто синергетичну теорію бізнес-процесів підприємства в рамках узагальненої синергетичної моделі системи Лоренца. В рамках розвинутої теорії методом чисельних досліджень доведено, що навіть у випадку детермінованої системи можливе існування неодиначної множини стаціонарних станів, переходи в які з точки біфуркації можуть здійснюватися альтернативними шляхами. Це означає, що джерелом виникнення невизначеності, а значить і ризику в діяльності підприємства, може бути не тільки стохастичний, але й нелінійних характер розвитку економіки.*

*Також, на прикладі розгляду ринкового ризику в бізнес-процесах підприємства в моделі стохастичної системи Лоренца, теоретично доведено, що вплив зовнішніх чинників у вигляді стохастичних флуктуацій на підприємницьку діяльність може бути не тільки джерелом збільшення, як було прийнято раніше, але, при певних умовах, у випадку нелінійного функціонування підприємницького середовища джерелом зменшення підприємницького ризику.*

*Перспективи. В подальших наукових дослідженнях передбачається розвинути синергетичні методи оцінки підприємницьких ризиків, що можуть застосовуватись не тільки для опису повільно змінних ринків, але й перебігу нелінійних економічних процесів, пов'язаних із швидкоплинними (навіть стрибкоподібними) змінами, кризовими явищами. Це надасть можливість розробити науково-методичні засади та практичні рекомендації щодо функціонування ризик-менеджменту підприємства в сучасних умовах нелінійної динаміки ринкового середовища.*

**Ключові слова:** *ризик-менеджмент, підприємницький ризик, система Лоренца, нелінійність, синергетичний ефект.*

**Summary.** *Introduction. Modern trends in accelerating scientific and technological progress and, as a consequence, the active introduction of quick-change high-tech innovative technologies with short life cycles, globalization, complication and mutual influence of the processes of socio-economic development of civilization determine the nonlinear (bifurcation) nature of the course of economic processes. Accordingly, the unpredictability of capital markets, unexpected price jumps, sudden drops, severe crises that the economy is experiencing, increase the level of uncertainty and variability of the business environment, cause ambiguity and uncertainty in obtaining the expected result of entrepreneurial activity, and increase the riskiness of doing business.*

*Available scientific developments do not provide a clear idea of the essence and nature of the risk of business activity in modern conditions, which makes it difficult to identify and develop mechanisms for effective management of the financial and economic activities of an enterprise. In most of these scientific studies, it is believed that the only objective reason for the emergence of uncertainty and, consequently, the risks of entrepreneurial activity is the stochastic (random) nature of the behavior of the production system as a subject of entrepreneurial activity and the stochastic nature of the external business (market) environment, regardless of the nature of the dynamics of this activity.*

*Therefore, research into the nature of business risks, the development of methods and models for assessing and managing the risks of business activity in modern conditions of nonlinearity of processes in open non-equilibrium economic systems are acquiring great fundamental and applied relevance.*

*Purpose. The purpose of the paper is to study the nature of entrepreneurial risks in the activities of business entities in modern conditions of nonlinear processes in open non-equilibrium economic systems. It is assumed that such nonlinear processes occurring in economic systems at all levels of the hierarchy are synergetic in nature.*

*Materials and methods. The research materials are: 1) legal support for regulating economic activity; 2) analytical publications of international institutions, works of domestic and foreign authors on the analysis of the nature of business risks, the development of methods and models for assessing and managing business risks.*

*The theoretical and methodological basis of research is the system-synergetic approach as the basis of the modern concept of universal evolutionism. To achieve this goal, a complex of scientific theories and methods was used, namely: methods of system analysis and theoretical generalization - to identify and substantiate the main features and trends of the nonlinear nature of modern socio-economic development of society, determine the essence and*

*characteristics of entrepreneurial activity, as well as the manifestation of the risks of such activities; numerical methods of simulation, method of analysis of phase trajectories for constructing bifurcation diagrams, analysis in the field of bifurcation transitions of the evolution of financial and economic indicators of business activity of an enterprise.*

*Results. The scientific paper develops a synergetic theory of enterprise business processes within the framework of a generalized synergetic model of the Lorenz system. Within the framework of the developed theory, using the method of simulation studies, it has been proven that even in the case of a deterministic system, the existence of a non-unit set of stationary states is possible, transitions to which from the bifurcation point can be carried out in alternative ways. This means that the source of uncertainty, and therefore risk in the activities of an enterprise, can be not only the stochastic, but also the nonlinear nature of economic development.*

*Also, using the example of considering market risk in the business processes of an enterprise in the model of the stochastic Lorenz system, it has been theoretically proven that the influence of external factors in the form of stochastic fluctuations on business activity can be not only a source of increase, as was previously accepted, but, under certain conditions, in the case of non-linear functioning of the business environment, a source of reducing business risk.*

*Discussion. In further scientific research, it is proposed to develop synergetic methods for assessing business risks, which can be used not only to describe slowly changing markets, but also non-linear economic processes associated with fast (even sharp) changes and crisis phenomena. This will make it possible to develop scientific and methodological foundations and practical recommendations for the functioning of Risk Management in modern conditions of nonlinear dynamics of the market environment.*

**Key words:** *risk management, entrepreneurial risk, Lorenz system, nonlinearity, synergetic effect.*

**Постановка проблеми.** Останні дослідження показують [1-3], що в сучасних умовах соціально-економічний розвиток суспільства, як складної відкритої нерівноважної системи, є нелінійним динамічним перетворенням, пов'язаним з переходом від одного стійкого стану до іншого через низку проміжні нерівноважні, нестійкі (часто хаотичні) структурно неоднорідні стани. Тут, коли флуктуації зовнішнього соціально-економічного середовища перевищують певні критичні значення, настає момент (точка біфуркації), коли зміни цих параметрів призводять до різкого переходу системи в якісно інший стан, до нової траєкторії розвитку (стадія біфуркації розвитку системи). Водночас точка біфуркації є точкою розгалуження різноманітних альтернативних варіантів розвитку, які можуть призвести до реалізації принципово різних як стабільних (атракторів), так і нестабільних сценаріїв розвитку системи.

При реалізації нестабільних сценаріїв це призводить до непередбачуваності ринків капіталу, несподіваних стрибків цін, раптових падінь, важких криз, що переживає економіка. Отже, в таких умовах підвищується рівень невизначеності та мінливості підприємницького середовища, неясність та невпевненість в отриманні очікуваного результату підприємницької діяльності, посилюється ризикованість ведення бізнесу.

Тому дослідження природи підприємницьких ризиків, розробки методів та моделей оцінки й управління ризиками підприємницької діяльності суб'єктів господарювання в сучасних умовах нелінійного перебігу процесів у відкритих нерівноважних економічних системах набувають великої як фундаментальної, так і прикладної актуальності для

вирішення завдань щодо ефективності здійснення сучасного ризик менеджменту.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Аналіз літератури з наукових досліджень у сфері ризикології (див., наприклад, [4-9]) показує, що категорія "ризик" має достатньо давню етимологію. Між тим, не зважаючи на те, що проведений обсяг досліджень в цьому напрямку є досить великим, на сьогоднішній день відсутнє однозначне розуміння й трактування сутності та природи ризику, зокрема в економіці і підприємстві. Це, в першу чергу пояснюється, складністю та багатобічністю цього поняття як явища, що має безліч предметних областей гуманітарного, природничого та технічного характеру, які незбіжні між собою або мало перетинаються.

На підставі проведеного аналізу, можна дати наступне визначення терміну підприємницького ризику, яке, на наш погляд, найбільш адекватно відповідає сучасному стану перебігу економічних процесів [3; 5; 9]. А саме, підприємницький ризик – це об'єктивно – суб'єктивна категорія, яка пов'язана з діяльністю на подолання або використання невизначеності та конфліктності у ситуації неминучого вибору і відображає міру (ступінь) досягнення сподіваного результату, невдачі та відхилення від цілей з урахуванням впливу контрольованих і неконтрольованих чинників за наявності прямих та зворотних зв'язків.

Щодо природи ризику, то більшість авторів [4-9] називають тільки одну причину виникнення ризику – це невизначеність умов, в яких здійснюються фінансово-економічна діяльність, що породжує невизначеність показників (параметрів), які описують поведінку суб'єктів підприємницької діяльності та зовнішнього підприємницького середовища і значення яких не можна спрогнозувати з необхідною точністю. При цьому за різними класифікаціями наводиться велика кількість конкретних причин виникнення такої невизначеності, а значить, джерел виникнення



ризиків у бізнесі, до основних з яких, на наш погляд, можна віднести наступні:

- Спонтанність природних процесів та явищ, стихійні лиха.
- Недетермінованість (випадковість) перебігу більшості соціально-економічних та технологічних процесів.
- Ймовірнісний характер науково-технічного прогресу.
- Наявність протиборчих тенденцій, зіткнення (конфліктність) суперечливих інтересів;
  - Неповнота, недостатність, асиметрія (приховування або викривлення) інформації про об'єкт, процес, явище, по відношенню до якого приймається рішення, перманентна мінливість цієї інформації.
  - Обмеженість та різноманітність можливостей людини у вибудовуванні, обробці, осмисленні та використанні інформації при прийнятті та реалізації управлінських рішень.
  - Обмеженість, недостатність матеріальних фінансових, трудових та інших ресурсів при прийнятті та реалізації рішень.
  - тощо.

При цьому, узагальнюючи результати наведених досліджень, можна констатувати, що, за думкою більшості авторів [4-8], єдиною об'єктивною причиною виникнення невизначеності і, отже, ризиків підприємницької діяльності, є стохастичний (випадковий) характер поведінки виробничої системи, як суб'єкту підприємницької діяльності, та зовнішнього підприємницького (ринкового) середовища (перші чотири з наведених вище джерел). Тут, вважається, якщо припустити, що всі необхідні економічні параметри є детермінованими і відомі особі, яка приймає рішення, то про жодний ризик не може бути й мови. Всі інші причини виникнення невизначеності в певній мірі можна віднести до суб'єктивних

джерел виникнення підприємницьких ризиків в процесі прийняття та реалізації управлінських рішень.

Слід зауважити, що більшість існуючих на сьогоднішній день традиційних підходів до аналізу та оцінки підприємницьких ризиків, особливо фінансових ризиків, базується на гіпотезі ефективного ринку (ЕМН), формування якої було покладено в роботі Л. Башельє (теорія випадкових блукань [10]), де застосовувались стохастичні методи, створені для аналізу азартних ігор, до аналізу прибутків акцій, облігацій, ф'ючерсів, опціонів тощо. Подальший розвиток ця гіпотеза отримала в теорії броунівського руху цін на фондовому ринку (М.Ф.М. Осборн); модель оцінки капітальних активів В. Шарпа, Дж. Літнера, Дж. Моссіна (САРМ), яка об'єднала ЕМН і математичну модель Г. Марковіца нової теорії інвестиційного портфелю (МРТ); модифікаціях МРТ В. Шарпа, Е. Фаме і М. Міллера для не нормальних розподілів; арбітражної цінової теорії С. Росса (АРТ); теорії змінної ринкової волатильності на базі авторегресійних умовних гетероскедастичних моделей Р. Інгла (ARCH); метод семіваріації, тощо (див., наприклад [5]).

Як показує аналіз, такі теоретичні уявлення про проблеми ризику та невизначеності підприємницької діяльності, що базуються на припущеннях про стохастичну незалежність змін цін та інших параметрів підприємницького середовища, дають можливість достатньо коректно, проводити оцінки та управляти ризиками фінансово-господарчої діяльності тільки для рівноважних або не сильно збурених (повільно змінних) стійких економічних систем різного ієрархічного рівня. Розроблені відповідні стаціонарні або квазістаціонарні стохастичні моделі з їх складним математичним апаратом, але з елегантними розв'язками та уявленнями про "правильну" періодичну послідовність підйомів та спадів, що у більшості підручників подавали як стандартний бізнес-цикл, почали претендувати на роль фундаменту для побудови глобальної системи

управління ризиками. Це було однією з причин того, що у 1970-их роках такі відомі інвестиційні банки Wall Street, як Merrill Lynch, Goldman Sachs та Morgan Stanley, зробили їх частиною складних бізнес стратегій, намагаючись налаштувати портфелі цінних паперів на різні рівні ризику і прибутку [10]. Між тим, фінансові потрясіння 1980-х і 1990-х років ("Чорний понеділок" 1987-го, азіатська економічна криза 1997-го, російське літо 1998-го), "ринок ведмедів" 2001-2003 років, глобальна фінансово-економічна криза 2008-2009 рр., глобальна фінансова криза 2020р. продемонстрували непрацездатність таких традиційних теоретичних підходів.

Визначаючи велику роль впливу стохастичної складової на перебіг природних соціально-економічних, науково-технологічних та техногенних процесів, ми вважаємо, що основною ознакою сучасного розвитку цивілізації є її нелінійний характер. Дійсно, сучасні тенденції переходу людства до інформаційного суспільства, пов'язані з прискоренням науково-технічного прогресу, призвели до виникнення та інтенсивного розвитку у кінці XX ст. та на початку XXI ст. індустрії наукоємних технологій з короткими життєвими циклами. Все це призводить до прояву надзвичайно швидких трансформаційних (якісні стрибки) змін у всіх сферах соціально-економічної діяльності: прискорення процесів заміни одного іншим та впровадження принципово нових поколінь знань; впровадження новітніх технологій, нових базових видів продукції, споживчих та соціальних стандартів із скороченими життєвими циклами. Поряд з цим процеси глобалізації, що відбуваються внаслідок широкого повсюдного впровадження інформаційних та телекомунікаційних технологій, ускладнення, взаємозалежність та взаємовплив процесів соціально-економічного розвитку обумовлюють відкритість та нерівноважність (нестійкість) функціонування економічних систем від макро- до мікрорівня.

При цьому, згідно результатів останніх досліджень [1-3], нелінійність, відкритість і складність, що характеризують сучасні економічні системи, а також наявність в них великої кількості внутрішніх і зовнішніх зворотних зв'язків, які забезпечують обмін матеріальними, фінансовими, інформаційними ресурсами, обумовлюють синергетичну природу багатьох економічних явищ та приводять до виникнення численних синергетичних ефектів, які якісно змінюють функціонування світової та національних економік. Дослідження економічних систем без належної уваги до таких ефектів призводить до неповного або навіть некоректного розуміння об'єктивних закономірностей розвитку цих систем та, відповідно, недостатньо ефективного управління такими системами на практиці.

У зв'язку з вищезазначеним, **метою** даної роботи є дослідження об'єктивної природи підприємницьких ризиків діяльності суб'єктів господарювання в умовах нелінійної динаміки розвитку економіки, який згідно сучасних уявлень, має синергетичний характер.

**Виклад основного матеріалу.** Виходячи з гіпотези фрактального ринку [11], а саме, самоподібності функціонування економічних систем від макро- до мікрорівня, можна вважати, що відповідні синергетичні ефекти повинні проявлятися і на рівні діяльності підприємства. Тоді еволюцію підприємницької діяльності такого підприємства доцільно описувати в межах системно-синергетичного підходу. При цьому ми базуємося на системі Лоренца [12] з трьома динамічними змінними (параметр порядку, зв'язане з ним поле, та управляючий параметр), яка відповідає найпростішій системі, що самоорганізується [12]. За аналогією з [12] роль цих параметрів в нашому випадку відіграють, відповідно, функція попиту на товар (послугу), який пропонує на ринку дане підприємство, виробнича функція підприємства та умовна ціна товару. У такій постановці задача

зводиться до знаходження розв'язків системи самоузгоджених рівнянь еволюції цих трьох динамічних змінних.

Спочатку розглянемо відповідну детерміновану систему. Для заданих значень ліквідних коштів споживачів  $U$  та ціни товару  $P$ , який пропонує на ринку підприємство, функцію попиту  $Q(U,P)$  визначаємо як кількість товару, що придбали споживачі за одиницю часу. Тоді у першому наближенні будемо вважати, що дохід підприємства  $I$  відповідає функції попиту  $Q(U,P)$ , оскільки зрозуміло, чим більше реалізовано підприємством товару (послуг), тим більше його дохід.

Відповідно, зв'язане поле зводиться до виробничої функції підприємства  $F$ , яка визначає ефективність перетворення різного виду витрачених ресурсів у продукцію. В теоретичних і прикладних дослідженнях найбільш часто використовують мультиплікативні степеневі виробничі функції типу Кобба-Дугласа, що є частковим випадком CES функцій із постійною еластичністю заміщення факторів [13]. Такі степеневі функції зазвичай відображаються у наступній формі [13].

$$F = A \prod_{j=1}^m x_j^{a_j} \quad , \quad (1)$$

де  $a_j \geq 0 (j=1, \dots, m)$  – коефіцієнт еластичності для фактору  $x_j$ ;  $A$  – параметр функції, який враховує розмірність факторів, що розглядаються, а також ефективний вплив неврахованих чинників виробництва. Фактори  $x_j$  – це певні показники, які відображають витрати капіталу, наприклад, вартість матеріальних активів (машини, обладнання, будови, земля, запаси сировини, напівфабрикати, готова продукція), що застосовується у виробничому процесі, а також витрати праці (заробітна платня відповідної кількості працівників, накопичені витрати на загальну освіту та спеціальну підготовку фахівців, переміщення робітничої сили тощо). Оскільки науково-технічний прогрес є одним з основних чинників сучасного розвитку економіки, його нелінійно динамічного характеру, тому при

аналізі виробничих функцій слід звертати особливу увагу на застосуванні інноваційних технологій і розгляді таких відносно нових факторів виробничого процесу як інформація, інтелектуальний продукт тощо.

Окрім, факторів випуску продукції, технологій, ресурсів та організації виробництва, наведених вище, для опису виробничих процесів використовуються показники ефективності (продуктивність праці, фондівіддача, ресурсоемність тощо). Використання відповідних математичних моделей виробничих функцій дозволяє за одними характеристиками виробничого процесу обчислювати інші. Більш детальну інформацію про це можна отримати, звернувшись, наприклад, до [13].

Третю динамічну змінну у синергетичній моделі бізнес-процесів підприємства, умовну ціну  $p$ , будемо визначати через відношення ринкової ціни товару  $P$ , до наявних ліквідних у споживачів коштів  $U$  з урахуванням їх готовності платити зазначену ціну за товар. При цьому слід відмітити, що ринкова ціна товару  $P$  уявляю собою в загальному випадку певну, досить складну функціональну залежність від зовнішніх та внутрішніх чинників ринкового середовища: використання ефективних технологій виробництва, рівень конкуренції на ринку, наявність замінних та супутніх товарів, стан фінансового ринку (рівень інфляції, кредитний відсоток, обмінний курс валют), диверсифікація товарів виробника, характер розподілу прибутку на підприємстві тощо.

Тоді за аналогією з [12], де представлено опис кінетики синергетичної системи типу Лоренца в області фазового переходу другого роду в конденсованих середовищах, еволюція підприємницької діяльності підприємства в нашому випадку визначається наступною системою самоузгоджених рівнянь, які зв'язують між собою швидкості змін  $\dot{Q}, \dot{F}, \dot{p}$  (похідні по часу) з їх значеннями  $Q, F, p$ ,

$$\begin{cases} \tau_Q \dot{Q} = -Q + A_Q \cdot F \\ \tau_F \dot{F} = -F + A_F \cdot Q \cdot p \\ \tau_p \dot{p} = (p_e - p) - A_p \cdot Q \cdot F \end{cases} \quad (2)$$

Тут  $\tau_Q, \tau_F, \tau_p$  - відповідні часи релаксації  $Q, F, p$ , які визначають рівень дисипативності системи, і від яких залежать швидкості змін  $Q, F, p$  під впливом зовнішніх і внутрішніх чинників підприємницького середовища Системи (2) представляє найпростішу реалізацію системи із прямими та зворотними зв'язками, де можливі прояви синергетичних ефектів.  $A_Q, A_F, A_p$  - коефіцієнти відповідних зв'язків. Слід звернути увагу на те, що саме другий член у правій частині другого рівняння системи (2), який описує позитивний зворотний зв'язок функції попиту і умовної ціни із швидкістю зміни виробничої функції, є причиною самоорганізації системи. Відповідно, негативний зворотний зв'язок функції попиту і виробничої функції із швидкістю зміни умовної ціни в третьому рівнянні системи (2) визначає стійкість динамічної системи. На відміну від перших двох рівнянь (2) перший доданок у правій частині третього рівняння описує релаксацію не до нульового, а до скінченного значення  $p_e$  - ефективного параметра, величина якого визначається впливом зовнішніх і внутрішніх чинників підприємницького середовища.

Саме цей параметр, як буде показано нижче при аналізі бізнес-процесів підприємства, відповідає за виникнення (збільшення) невизначеності, а отже ризику, пов'язаного із зміною попиту на товари (послуги), що пропонуються цим підприємством споживачу. В нашій моделі будемо враховувати вплив одного із найбільш важливих класів зовнішніх ризиків, згідно стандарту Базельського комітету за банківським наглядом Basel II [14], це ринкові ризики. Таких ризиків, які можна віднести до класу ринкових, існує численна кількість, наприклад, ризик

зміни відсоткової ставки, ризик зміни вартості акцій, валютний ризик, ризик зміни вартості матеріальних цінностей тощо.

Систему (2), що описує підприємницьку діяльність підприємства як синергетичної системи, зручно представити у безрозмірному вигляді [12], віднісши час  $t$ , попит  $Q$ , виробничу функцію  $F$  і значення умовної ціни  $p$  до масштабів

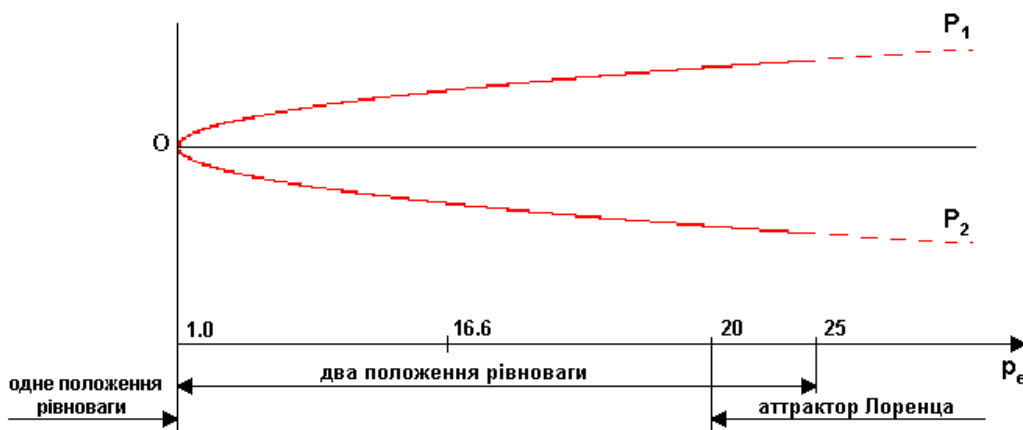
$$\tau_Q, Q_c = (A_F A_p)^{-1/2}, F_c = (A_Q^2 A_F A_p)^{-1/2}, p_c = (A_Q A_F)^{-1} \quad (3)$$

відповідно. В результаті для аналізу отримуємо наступну систему

$$\begin{cases} \dot{Q} = -Q + F \\ \delta \dot{F} = -F + Q \cdot p \\ h \dot{p} = (p_e - p) - Q \cdot F. \end{cases} \quad (4)$$

Тут  $\delta = \tau_F / \tau_Q$ ,  $h = \tau_p / \tau_Q$ , а також  $p_e$  - параметри системи.

Розв'язки системи Лоренца (4) будемо шукати у загальному вигляді чисельним методом, скориставшись стандартною схемою. Аналіз системи (4) проводитиме, змінюючи параметр  $p_e$  в діапазоні  $\{0; p_e\}$ , при фіксованих значеннях  $\delta = 5$ ,  $h = 2.5$ . Чисельне моделювання проводилось за допомогою системи комп'ютерних математичних розрахунків MathCad.



**Рис. 1. Біфуркаційна діаграма системи Лоренца (4)**

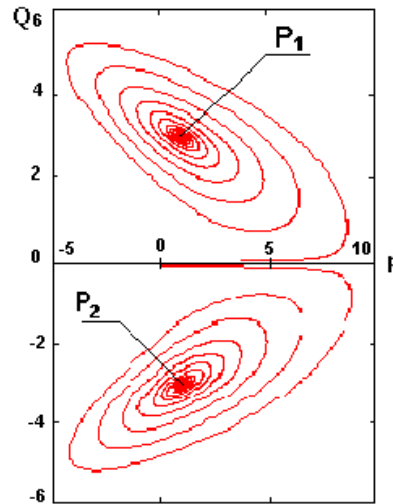
*Джерело: авторська розробка*



Результати досліджень вказують на наявність трьох стаціонарних точок. На рис. 1 показана біфуркаційна діаграма системи Лоренца (4) при зміні  $p_e$  для  $\delta=5, h=2.5$ .

При зміні  $p_e$  від 0 до 1 існує один стійкий стаціонарний стан у точці  $O$  з координатами  $(Q, F, p) = (0, 0, p_e)$ . При  $p_e=1$  спостерігається біфуркація: положення рівноваги в т.  $O$  стає нестійким і з'являються два стійкі стаціонарні стани в точках  $P_1$  і  $P_2$  з координатами  $P_1(\sqrt{p_e-1}, \sqrt{p_e-1}, 1)$  і  $P_2(-\sqrt{p_e-1}, -\sqrt{p_e-1}, 1)$ . Таким чином, як видно з рис. 1, навіть у випадку найпростішої синергетичної моделі, детермінованої системи Лоренца, при  $p_e > 1$  маємо два атрактори (точки  $P_1$  і  $P_2$ ) – стійкі стаціонарні режими, в один з яких у залежності від початкових умов прямує система, проходячи ряд проміжних перехідних станів. На рис. 2 показано фазовий портрет таких переходів з точки біфуркації (т.  $O$ ) в стаціонарні стійкі режими, що уявляють собою вузли (точки  $P_1$  і  $P_2$ ).

При цьому, як видно з рис.2, результати діяльності підприємства при певних умовах можуть відповідати високодохідному стаціонарному стану (т.  $P_1$ ), коли значення функції попиту  $Q$ ,  $i$ , отже, доходу підприємства  $I$ , є максимальним, та навпаки, при відповідних початкових умовах може бути реалізований стаціонарний малодохідний стан з мінімальним доходом підприємства  $I$  (т.  $P_2$ ). Присутність в нашому випадку двох атракторів означає наявність бістабільності системи. У більш загальному випадку, коли атракторів неодиначна множина, слід очікувати можливість реалізації спектру мультистабільних станів детермінованої системи.



**Рис. 2. Фазовий портрет переходу підприємства у високодохідний стаціонарний стан (т.  $P_1$ , початкові умови:  $Q_0 = 0.01, F_0 = 0.01, p_0 = 0.01$ ) та малодохідний стаціонарний стан (т.  $P_2$ , початкові умови:  $Q_0 = -0.01, F_0 = -0.01, p_0 = 0.01$ ) для  $\delta = 5, h = 2.5, p_e = 10$ . Для наочності показана проекція фазового портрету на площину  $\{Q, p\}$**

*Джерело: авторська розробка*

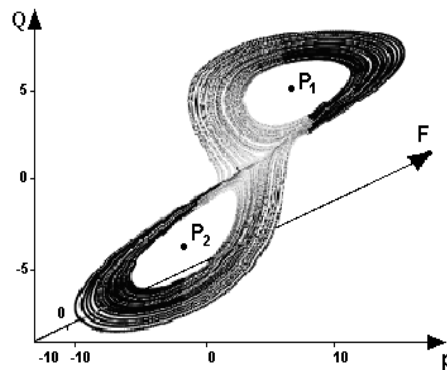
Таким чином, результати чисельного аналізу показують, в рамках синергетичної моделі, навіть у випадку детермінованої системи нелінійний характер підприємницької діяльності підприємства, може призводити до виникнення (збільшення) невизначеності (наявність мультистабільності системи), а значить виникнення або збільшення ризику цієї діяльності. Тут, діяльність підприємства як відкритої нелінійної системи в точці біфуркації (т.  $O$ ) стає нестійкою і чутливою до скільки завгодно малих змін початкових значень показників, які характеризують поточний стан підприємства. Це означає, що майже всі як завгодно близькі на початку траєкторії еволюції діяльності підприємства експоненціально розбігаються і через певний час  $T$  перестають бути близькими.

Це врешті решт може призвести до реалізації альтернативних, суттєво відмінних варіантів еволюції системи: в нашому випадку – реалізація високодохідного (т.  $P_1$ ) і малодохідного (т.  $P_2$ ) станів

підприємства (див. рис. 2). Час  $T \sim 1/\lambda_i$  ( $\lambda_i$ - відповідний показник Ляпунова), через який близькі траєкторії еволюції системи починають просторово розділятися у фазовому просторі, називають горизонтом прогнозу поведінки системи. І які б не були близькими в точці біфуркації фазові траєкторії (яка б не була мала похибка вимірювання), через час  $T$  ми не можемо передбачити, що відбудеться із системою. Особливо це проявляється у випадку атратора Лоренца, можливість реалізації якого в нашій моделі показано нижче. Невизначеність у завданні початкового стану діяльності підприємства в точці біфуркації ситуація цілком реальна з точки зору економіки. Дійсно, в силу кінцевої точності визначення фінансово-економічних показників діяльності підприємства, відповідний стан підприємства, який описується цими показниками, також визначається з кінцевою (нехай скільки завгодно малою) похибкою. Крім того, модельні уявлення про перебіг економічних процесів, необхідні для формування прогностичної функції, стратегії і тактики управління підприємством, які б досконалі моделі при цьому не використовувались, завжди є наближеними і принципово не можуть описувати реалії економічного життя з абсолютною точністю. Все це врешті решт, як було показано вище, і призводить до підвищення рівня ризикованості ведення бізнесу в нелінійному ринковому середовищі.

Фазовий портрет системи (4) не обмежується двома стійкими стаціонарними станами, які відповідають вузлам в точках  $P_1$  і  $P_2$ . При  $p_e \geq 16.6$  і таких самих початкових умовах, як і для  $1 < p_e < 16.6$  (див. рис. 2), стаціонарні точки  $P_1$  і  $P_2$  залишаються стійкими, але фазові траєкторії, що виходять з точки біфуркації  $O$  не прямують до них, а намотуються на сідлові траєкторії біля точок  $P_1$  і  $P_2$ , ніколи їх не досягаючи. Тут вузли в точках  $P_1$  і  $P_2$  перетворюються у фокуси, і, відповідно виникає множина циклічних траєкторій, яка стає атратором (див. рис. 3).

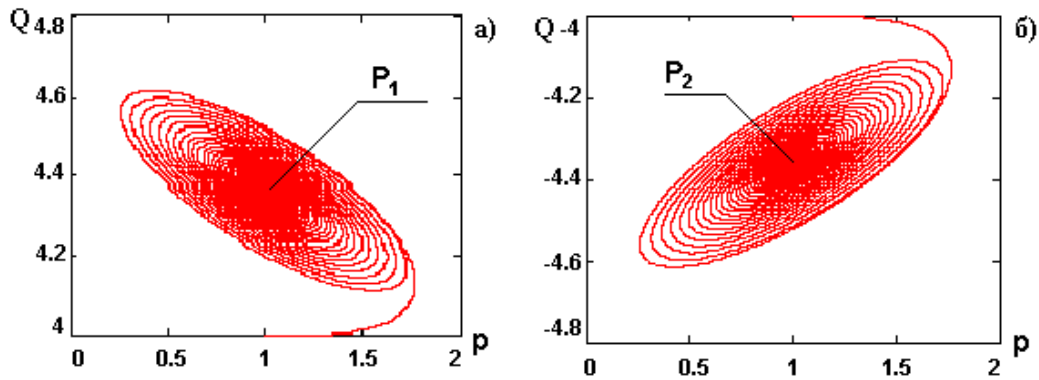
Отже, в даному випадку при  $p_e \geq 16.6$  і відповідних початкових умовах (див. рис. 3) діяльність підприємства з біфуркаційного стану (т.  $O$ ) еволюціонує в стаціонарний стійкий режим функціонування, який обумовлений постійними переходами підприємства за результатами своєї фінансово-господарчої діяльності між високоефективними (високодохідним) та малоефективним (малодохідним) станами за певні періоди часу життєвого циклу.



**Рис. 3. Фазовий портрет стаціонарних циклічних переходів між високоефективним та малоефективним станами діяльності підприємства для  $\delta = 5$ ,  $h = 2.5$ ,  $p_e = 20$ ; початкові умови:  $Q_0 = 0.01$ ,  $F_0 = 0.01$ ,  $p_0 = 0.01$**

*Джерело: авторська розробка*

Що цікаво, коли в точці біфуркації (т.  $O$ ) початкові умови діяльності підприємства  $(Q_0, F_0, p_0)$  близькі до значень, які відповідають координатами точок  $P_1$  і  $P_2$ , то при  $p_e \geq 16.6$  реалізується не циклічний, а один із двох можливих, стійких стаціонарних режимів функціонування підприємства (див. рис. 4, в т.  $P_1$  (центр) реалізується високодохідний стан; в т.  $P_2$  (центр) – низькодохідний стан діяльності підприємства).



**Рис. 4. Фазовий портрет переходу підприємства у стійкий стаціонарний режим функціонування для  $\delta = 5$ ,  $h = 2.5$ ,  $p_e = 20$ ; початкові умови: а)  $Q_0 = 4$ ,  $F_0 = 4$ ,  $p_0 = 1$ ; б)  $Q_0 = -4$ ,  $F_0 = -4$ ,  $p_0 = 1$ . Для наочності показана проекція фазового**

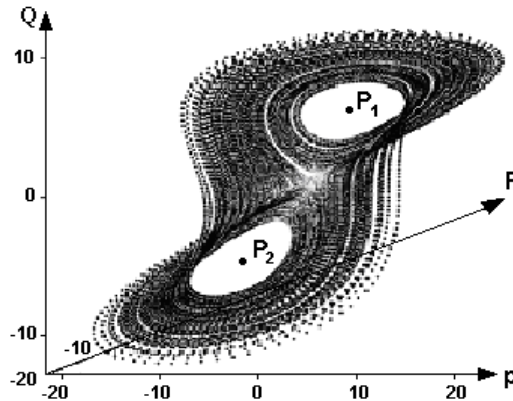
**портрету на площину  $\{ Q, p \}$**

*Джерело: авторська розробка*

Однак, як показують проведені чисельні дослідження, коли для  $\delta = 5$ ,  $h = 2.5$  вплив на систему (4) зовнішнього чинника  $p_e$  досягає і перевищує значення 25, то при будь-яких початкових значеннях динамічних характеристик системи  $Q_0, F_0, p_0$  реалізується один стаціонарний режим, що обумовлений детермінованим хаосом (атрактор Лоренца, фазовий портрет якого показаний на рис. 5).

В даному випадку атрактор Лоренца є математичним образом явища економічної кризи, в умовах якої підприємство здійснює підприємницьку діяльність. Тут, коли умовна ціна  $p_e$  набуває критичного значення (в нашому випадку  $p_e \geq 25$ ), яке характеризується відносно низькою купівельною спроможністю споживачів і, наприклад, неефективним рівнем виробництва, що виражається у високій собівартості продукції, еволюція фінансово-господарчої діяльності підприємства через час горизонту прогнозу  $T$  стає хаотичною, непередбачуваною та не прогнозованою, що суттєво підвищує рівень підприємницького ризику ведення бізнесу. У випадку детермінованого хаосу множина можливих станів фінансово –

господарчої діяльності підприємства, кожний з яких характеризується відповідними показниками, утворює фрактальну множину точок, куди збігаються у фазовому просторі  $(Q, F, p)$  всі можливі траєкторії системи (4), поведінка якої описується відповідними детермінованими законами еволюції.



**Рис. 5.** Фазовий портрет еволюції підприємницької діяльності підприємства, який відповідає аттрактору Лоренца для  $\delta = 5$ ,  $h = 2.5$ ,  $p_e = 35$ . Початкові умови:

$$Q_0 = 0.01; F_0 = 0.01; p_e = 0.01$$

*Джерело:* авторська розробка

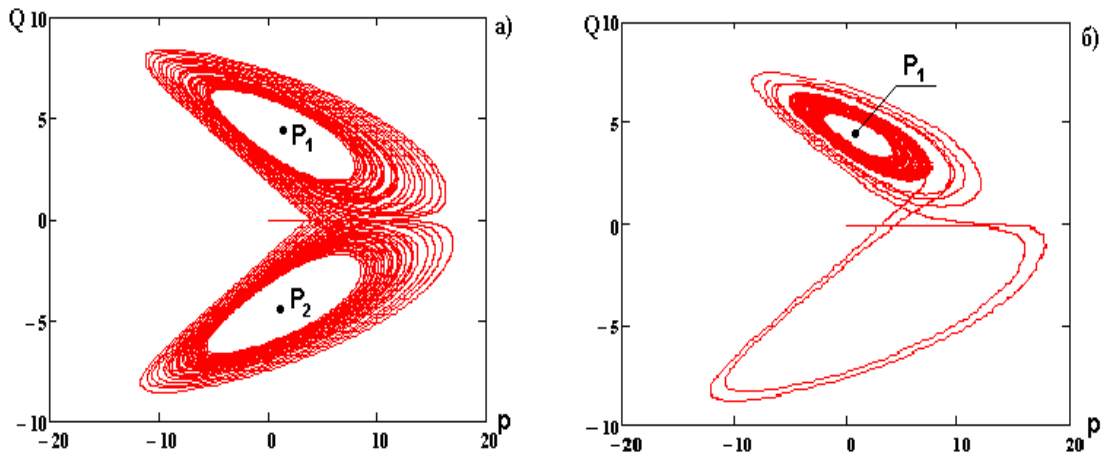
Таким чином, наявність горизонту прогнозу для відкритих нелінійних, навіть детермінованих, економічних систем різного ієрархічного рівня, обумовлюючи фундаментальну обмеженість можливості прогнозування, моделювання, порівняння теорії з експериментом, висуває принципово нові вимоги щодо функціонування сучасного підприємницького ризик-менеджменту. Система управління ризиками в сучасних умовах має бути гнучкою, динамічною, з можливістю адекватної адаптації до швидкозмінних, навіть надзвичайно малих, впливів нелінійного підприємницького середовища [10], оскільки навіть такі малі впливи при певних умовах можуть призвести до непередбачуваних або небажаних наслідків. Тому така система повинна бути інтегрована в

загальну систему управління підприємством, де кожний співробітник розглядає ризик-менеджмент як частину своєї роботи. При цьому надзвичайно важливими елементами процесу управління ризиками в інтегральній системі менеджменту підприємства є організація неперервного отримання, обробки та аналізу інформації про стан соціально-економічного, нормативно-правового середовища, діяльність підприємства, формування та реалізація адекватної стратегії і тактики управління підприємством, а також здійснення неперервного моніторингу та контролю результативності обраних технологій управління ризиками [10].

Як було показано вище, додатковим джерелом виникнення або збільшення невизначеності, а значить ризику, фінансово-господарчої діяльності підприємства, окрім стохастичних флуктуацій, може бути нелінійний характер змін у підприємницькому середовищі. Виникає природне питання, чи не можлива зворотна ситуація: стохастичні флуктуації є джерелом зменшення або зняття невизначеності в такому підприємницькому середовищі. Для перевірки цієї гіпотези розглянемо систему (4) в нашій моделі з урахуванням флуктуаційних чинників. Взагалі кажучи, детермінована система Лоренца (4) представляється усередненими значеннями попиту  $Q$ , виробничою функції  $F$  та умовної ціни  $p$ , значення яких насправді випадково змінюються з часом. Для простоти розгляду, ми додамо стохастичне джерело  $\xi(t)$  у вигляді білого шуму [15] тільки у третє рівняння системи (4), що не порушує дзеркальну симетрію системи і не змінює принципів отримання відповіді. Тоді стохастична система Лоренца в запропонованій моделі має наступний вигляд:

$$\begin{cases} \dot{Q} = -Q + F \\ \delta \cdot \dot{F} = -F + Q \cdot p \\ h \cdot \dot{p} = (p_e - p) - Q \cdot F + \xi(t). \end{cases} \quad (5)$$

В системі (5) враховується вплив випадкових, не прогнозованих чинників ринкового середовища на умовну ціну  $p$ . Чисельне моделювання поведінки системи (5) проводились за тією ж схемою, що і для системи (4). Як приклад, на рис. 6 показано еволюцію бізнес - процесів підприємства для параметрів  $p_e = 20$ ,  $\delta = 5$ ,  $h = 2.5$  у випадку детермінованої (рис. 6а) та стохастичної (рис. 6б) системи Лоренца.



**Рис. 6. Фазовий портрет еволюції підприємницької діяльності підприємства в рамках моделі детермінованої (а) та стохастичної (б) системи Лоренца для  $p_e = 20$ ,  $\delta = 5$ ,  $h = 2.5$ . Амплітуда флуктуацій у б) 0.4 відн. од. Для наочності показана проекція фазового портрету на площину  $\{Q, p\}$**

*Джерело: авторська розробка*

Звідси видно, що режим функціонування підприємства, як детермінованої системи, характеризується двома стійкими станами (фокуси в т.  $P_1$  і т.  $P_2$ ), які відповідають високодохідному (т.  $P_1$ ) та малодохідному (т.  $P_2$ ) стану діяльності підприємства, і між якими з певною періодичністю відбуваються переходи. Вплив випадкових флуктуацій  $\xi(t)$  на умовну ціну товару  $p$  призводить до, наприклад, реалізації одного стаціонарного, в даному випадку високодохідного стану підприємства (фокус в точці  $P_1$ , див. рис. 6б). Це як раз і доводить принципову можливість зменшення рівня невизначеності підприємницької діяльності



за рахунок впливу випадкових флуктуацій в умовах нелінійної динаміки розвитку економіки. З цього випливає, що в сучасних умовах ефективність ризик-менеджменту, поряд з використанням існуючих методів та технологій, залежить від ефективності розробки та застосування сучасних технологій управління флуктуаціями. При цьому суть управління флуктуаціями, зокрема, може полягати в організації такої оптимальної фінансово – господарчої діяльності підприємства, яка направлена на отримання вигоди з внутрішніх та зовнішніх джерел цих флуктуацій.

**Висновки та перспективи подальших досліджень.** Показано, що більшість традиційних теоретичних уявлень про проблеми ризику та невизначеності підприємницької діяльності, які базуються на гіпотезі ефективного ринку та, відповідно, на стаціонарних стохастичних моделях, в певній мірі адекватно описують поведінку рівноважних, не сильно збурених, повільно змінних економічних систем, проте часто не прийнятні для опису економічних процесів, які відбуваються в сучасних умовах нелінійної динаміки розвитку економіки.

Розвинуто синергетичну теорію бізнес-процесів підприємства в рамках узагальненої моделі системи Лоренца з трьома динамічними змінними: функція попиту  $Q$ , яка обумовлює дохід підприємства, виробнича функція  $F$  та умовна ціна товару  $p$ . При цьому часи релаксації  $Q$ ,  $F$ ,  $p$  співмірні між собою.

В рамках розвинутої теорії методом чисельних досліджень доведено, що навіть у випадку детермінованої системи можливе існування неєдиної множини стаціонарних станів, переходи в які з точки біфуркації можуть здійснюватися альтернативними шляхами. Таким чином, теоретично показано, що додатковим джерелом виникнення невизначеності, а значить і ризику в діяльності підприємства, може бути не тільки стохастичний, але й нелінійний характер розвитку економіки.

Також, на прикладі розгляду ринкового ризику в бізнес-процесах підприємства в моделі стохастичної системи Лоренца, теоретично доведено, що вплив зовнішніх чинників у вигляді стохастичних флуктуацій на підприємницьку діяльність може бути не тільки джерелом збільшення, як було прийнято раніше, але у випадку нелінійних змін у підприємницькому середовищі при певних умовах джерелом зменшення підприємницького ризику.

Таким чином, виявлені шляхом чисельного моделювання синергетичні ефекти підприємницької діяльності в умовах нелінійної динаміки розвитку економіки, які пов'язані з фундаментальною обмеженістю можливостей прогнозування, моделювання, порівняння теорії з експериментом, обумовлюють принципово нові вимоги щодо функціонування сучасного підприємницького ризик-менеджменту. Система управління ризиками в сучасних умовах має бути гнучкою, динамічною, з можливістю адекватної адаптації до швидкозмінних, навіть надзвичайно малих, впливів нелінійного підприємницького середовища, оскільки навіть такі малі впливи при певних умовах можуть призвести до непередбачуваних або небажаних наслідків. Тому така система повинна бути інтегрована в загальну систему управління підприємством, де кожний співробітник розглядає ризик-менеджмент як частину своєї роботи. При цьому надзвичайно важливими елементами процесу управління ризиками в інтегральній системі менеджменту підприємства є організація неперервного отримання, обробки та аналізу інформації про стан соціально-економічного, нормативно-правового середовища, діяльність підприємства, формування та реалізація адекватної стратегії і тактики управління підприємством, а також здійснення неперервного моніторингу та контролю результативності обраних технологій управління ризиками.

В подальших наукових дослідженнях передбачається розвинути синергетичні методи оцінки підприємницьких ризиків, що можуть

застосовуватись не тільки для опису повільно змінних ринків, але й перебігу нелінійних економічних процесів, пов'язаних із швидкоплинними (навіть стрибкоподібними) змінами, кризовими явищами. Це надасть можливість розробити науково-методичні засади та практичні рекомендації щодо функціонування ризик-менеджменту підприємства в сучасних умовах нелінійної динаміки ринкового середовища.

### Література

1. Lychkina N.N. Synergetics and development processes in socio-economic systems: Search for effective modeling constructs. *Business Informatics*. 2016. Vol. 35, No 1. P. 66-79. doi: 10.17323/1998-0663.2016.1.66.79.
2. Коломієць С.В. Категорії синергетики в економічних дослідженнях: нелінійність соціально-економічних систем. *Наукові записки Таврійського національного університету імені В.І. Вернадського. Економіка та управління*. 2020. Т. 3, № 3. С. 191-197. doi: 10.32838/2523-4803/70-3-66.
3. Gardini L., Gori L., Guerrini L., Sodini M. Introduction to the focus issue "nonlinear economic dynamics". *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*. 2018. Vol. 28, No 055801. P. 1-6. doi: <https://doi.org/10.1063/1.5039304/>.
4. Вітлінський В.В. Аналіз, оцінка і моделювання економічного ризику. Київ: Деміур, 1996. 261 с.
5. Вітлінський В. В., Великоіваненко Г. І. Ризикологія в економіці та підприємстві: Монографія. Київ: КНЕУ, 2004. 480 с.
6. Івченко Ю. І. Економічний ризик. Київ: Центр навчальної літератури, 2004. 296 с.
7. Бланк І. А. Управління фінансовими ризиками. Київ: Ніка-Центр, 2005. 600 с.

8. Донець Л. І., Романенко Н. Г. Основи підприємництва: навч. посіб. Київ: Центр навч. л-ри, 2006. 320 с.
9. Лук'янова В.В., Головач Т.В. Економічний ризик: навч. посіб. Київ: Академвидав, 2007. 464 с.
10. Козак Л. С., Данчук М. В. Основні аспекти ризик-менеджменту підприємства в умовах нелінійної динаміки розвитку економіки. *Вісник НТУ*. 2010. Вип. 21, Ч. 1. С. 353-358.
11. Peters E. Chaos and order in the capital markets: a new view of cycles, prices, and market volatility. New York: J. Wiley & Sons., 2nd Edition, 1996. 288 p.
12. Олемської О.І., Ющенко О.В., Кохан С.В. Синергетична модель економічної структури суспільства. *Журн. фізичних досліджень*. 2004. Т.8, № 3. С. 268-278.
13. Царьков В.О. Про динаміку Ферхюльста та динаміку зростання капіталу в економіці. *Економіка та економічні методи*. 2008. Т. 44, № 3. С. 92-97.
14. Bank for International Settlements: Banks and Basel II. URL: <http://www.bis.org> (дата звернення: 25.12.2023).
15. Жаровський Р., Марченко Б., Марченко Н. Моделювання білого шуму з дискретним часом. *Вісник ТДТУ: Математичні моделі. Математика. Фізика*. 2007. Т. 12, № 4. С. 152-156.

### References

1. Lychkina N.N. Synergetics and development processes in socio-economic systems: Search for effective modeling constructs. *Business Informatics*. 2016. Vol. 35, No 1. P. 66-79. doi: 10.17323/1998-0663.2016.1.66.79.
2. Kolomiets S.V. Kategoria synerhetyky v ekonomichnykh doslidzhenniakh: neliniinist sotsialno-ekonomichnykh system. *Naukovi zapysky Tavriiskoho natsionalnogo universytetu imeni V.I. Vernadskoho. Ekonomika ta*

- upravlinnia*. 2020. T. 3, № 3. S. 191-197. doi: 10.32838/2523-4803/70-3-66.
3. Gardini L., Gori L., Guerrini L., Sodini M. Introduction to the focus issue "nonlinear economic dynamics". *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*. 2018. Vol. 28, No 055801. P. 1-6. doi: <https://doi.org/10.1063/1.5039304/>.
  4. Vitlinskyi V.V. Analiz, otsinka i modeliuvannia ekonomichnoho ryzyku. Kyiv: Demiur, 1996. 261 c.
  5. Vitlinskyi V. V., Velykoivanenko H. I. Ryzykologhiia v ekonomitsi ta pidpriemnytstvi: Monohrafiia. Kyiv: KNEU, 2004. 480 s.
  6. Ivchenko Yu. I. Ekonomichnyi ryzyk. Kyiv: Tsentr navchalnoi literatury, 2004. 296 s.
  7. Blank I. A. Upravlinnia finansovymy ryzykamy. Kyiv: Nika-Tsentr, 2005. 600 s.
  8. Donets L. I., Romanenko N. H. Osnovy pidpriemnytstva: navch. posib. Kyiv: Tsentr navch. l-ry, 2006. 320 s.
  9. Lukianova V.V., Holovach T.V. Ekonomichnyi ryzyk: navch. posib. Kyiv: Akademvydav, 2007. 464 s.
  10. Kozak L. S., Danchuk M. V. Osnovni aspekty ryzyk-menedzhmentu pidpriemstva v umovakh neliniinoi dynamiky rozvytku ekonomiky. *Visnyk NTU*. 2010. Vyp. 21, Ch. 1. S. 353-358.
  11. Peters E. Chaos and order in the capital markets: a new view of cycles, prices, and market volatility. New York: J. Wiley & Sons., 2nd Edition, 1996. 288 r.
  12. Olemskoi O.I., Yushchenko O.V., Kokhan S.V. Synerhetychna model ekonomichnoi struktury suspilstva. *Zhurn. fizychnykh doslidzhen*. 2004. T.8, № 3. S. 268-278.

13. Tsarkov V.O. Pro dynamiku Ferkhiulsta ta dynamiku zrostannia kapitalu v ekonomitsi. *Ekonomika ta ekonomichni metody*. 2008. T. 44, № 3. S. 92-97.
14. Bank for International Settlements: Banks and Basel II. URL: <http://www.bis.org> (data zvernennia: 25.12.2023).
15. Zharovskyi R., Marchenko B., Marchenko N. Modeliuvannia biloho shumu z dyskretnym chasom. *Visnyk TDTU: Matematychni modeli. Matematyka. Fizyka*. 2007. T. 12, № 4. S. 152-156.