Фізико-математичні науки

УДК 531.18

Авдонін Костянтин Вікторович
кандидат фізико-математичних наук, доцент
Військовий інститут телекомунікацій та інформатизації
імені Героїв Крут
Avdonin Kostiantyn
Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor
Military Institute of Telecommunication and Information Technologies
named after the Heroes of Kruty

РЕЛЯТИВІСТСЬКИЙ ОБЕРТАЛЬНИЙ РУХ
RELATIVISTIC ROTATIONAL MOTION

Анотація. *У даній роботі розглядається перетворення простору при релятивістському рівномірному обертанні навколо нерухомої осі, на основі моделі локального обертання, яка враховує релятивістські ефекти в межах спеціальної теорії відносності. Отримані результати проілюстровані на графіках, отриманих шляхом чисельних розрахунків.*

Ключові слова: *обертання, рух, модель, відносність, перетворення.*

Summary. *This paper considers the transformation of space during relativistic uniform rotation about a fixed axis, based on the local rotation model, which takes into account relativistic effects within the limits of special relativity. The results obtained are illustrated in graphs obtained by numerical calculations.*

Key words: *rotation, movement, model, relativity, transformation.*

Вступ. На сьогоднішній день питання про перетворення простору протягом релятивістського обертального руху не є остаточно з'ясованим.

Існують різні моделі релятивістського обертального руху. Наприклад, в роботі [1, с. 103-109] розглянута модель, у якій всі точки обертального простору мають однакову, відносно початку координат, кутову швидкість обертання. Головним недоліком такої моделі є виникнення невизначеності залежності від часу відстані до осі обертання точок рухомого простору. Відстань між точками рухомого середовища, які, в початковий момент часу, знаходяться на однаковій відстані від осі, з точки зору нерухомого спостерігача, скорочується під час руху. Тому, для нерухомого спостерігача, рухомий простір повинен або стиснутись до нескінченно малих розмірів, або набути дискретних властивостей, які дозволять точкам рухомого середовища знаходитись на постійних відстанях до осі обертання. У роботі [2, с. 787-806] проводиться аналіз існуючих моделей релятивістського обертального руху, але містить суперечливі висновки. У даній роботі пропонується нова модель локально обертового руху, в якій всі точки рухомого простору мають однакову кутову швидкість обертання, але відносно нескінченно близьких точок, розташованих ближче до осі.

Постановка задачі. Розглянемо множину точок, які в початковий момент часу утворюють пряму, що проходить через початок відліку нерухомої системи координат. У кожній точці множини знаходиться початок відліку локальної системи координат. В початковий момент часу відповідні вісі всіх локальних систем координат і нерухомої системи координат паралельні, а годинники у всіх системах відліку показують однаковий час. Позначимо через ω - постійну, локальну кутову швидкість обертання точок множини. Через x_i, де: $i = 1, 2, 3, 4$; $x_4 = ct$ позначимо координати точки, відносно нерухомої системи відліку. Через υ_α; де: $\alpha = 1, 2, 3$ позначимо проекції швидкості руху точки, відносно нерухомої системи; через υ позначимо модуль швидкості руху точки, відносно нерухомої системи відліку. Позначимо через λ - відстань точки до початку відліку нерухомої системи у початковий момент часу. Координати і швидкість руху точок множини, відносно нерухомої системи відліку будуть функціями від двох аргументів: λ і t. Позначимо через: $\delta x_i'$ зміну координат точки, відносно нескінченно близької, передуючої локальної системи відліку. Задачею роботи є пошук рівнянь, що визначають функції $x_i(t,\lambda)$; $\upsilon_\alpha(t,\lambda)$; $\upsilon(t,\lambda)$ та чисельне знаходження функцій.

Результати.

1. Виконано узагальнення перетворень Лоренца для випадку довільного напряму рівномірного руху рухомої системи відліку, яке має вигляд:

$$dx_i = T_{is}\delta x_s' \quad , \tag{1}$$

де: $T_{\alpha\beta} = \delta_{\alpha\beta} + \frac{\upsilon_\alpha \upsilon_\beta}{\upsilon^2}\left(\frac{1}{k} - 1\right)$; $T_{\alpha 4} = T_{4\alpha} = \frac{\upsilon_\alpha}{ck}$; $T_{44} = \frac{1}{k}$; $k = \sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}$.

В граничному випадку, якщо покласти $\upsilon_2 = \upsilon_3 = 0$, то вираз (1) переходить у звичайні перетворення Лоренца.

2. Спираючись на узагальнені перетворення Лоренца отримана система нелінійних, інтегро – диференціальних рівнянь для $\upsilon_\alpha(t,\lambda)$ (вісь обертання напрямлена вздовж осі Z):

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \upsilon_\alpha}{\partial \lambda} = \omega P_{\alpha\beta}\cos\left(\omega t' + \varphi_\beta\right) \\ t' = \displaystyle\int_0^t \sqrt{1 - \frac{\upsilon^2(\xi,\lambda)}{c^2}}\, d\xi \end{cases} \text{, де } \quad P_{\alpha\beta} = k\delta_{\alpha\beta} + \frac{\upsilon_\alpha \upsilon_\beta}{\upsilon^2}\left(k^2 - k\right) \text{ ;} \tag{2}$$

де $\varphi_\beta = \varphi_0 - \frac{\pi}{2}\beta$, φ_0 - довільний початковий кут; $\alpha, \beta = 1, 2$; $\upsilon_3' = \upsilon_3 = 0$, з граничною умовою:

$$\frac{\upsilon(0,\lambda)}{c} = th\left\{\frac{\omega\lambda}{c}\right\} \quad . \tag{3}$$

Рівнянням (2) можна надати інший вигляд, більш зручний для застосування чисельних методів:

$$\begin{cases} \upsilon_\alpha = \omega(1+k)\int\limits_0^\lambda \frac{k\cos(\omega t' + \varphi_\alpha)}{1+k}d\lambda \\ t' = \int\limits_0^t \sqrt{1-\frac{\upsilon^2(\xi,\lambda)}{c^2}}d\xi \end{cases} \tag{4}$$

В граничному випадку, якщо $k \to 1$, то система рівнянь (4) набуває вигляду:

$$\begin{cases} \upsilon_\alpha = \omega\lambda\cos(\omega t' + \varphi_\alpha) \\ t' = t \end{cases},$$

що узгоджується з класичним обертальним рухом.

3. Обчислення для ультра релятивістської локальної кутової швидкості $\omega = 3\cdot 10^8\,\frac{рад}{с}$, виконані в системі MathCAD, показали:

а) Модуль швидкості руху точки, відносно нерухомої системи у фіксований момент часу має вигляд, показаний на рис. 1.

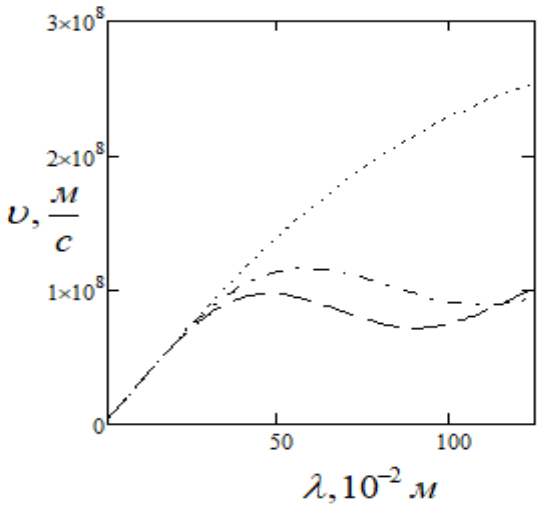

Рис. 1. Залежності модуля швидкості від λ: при $t=0$ - точкова лінія; для $t = 7\cdot 10^{-8}\,c$ - штрих-пунктирна лінія; залежність $\upsilon(0,\lambda)$; для $t = 10^{-7}\,c$ - штрихова лінія

б) Модуль швидкості руху точки, при фіксованому значенні λ з часом зменшується. Залежність від часу має пульсуючий характер, приклади такої залежності представлено на рис. 2.

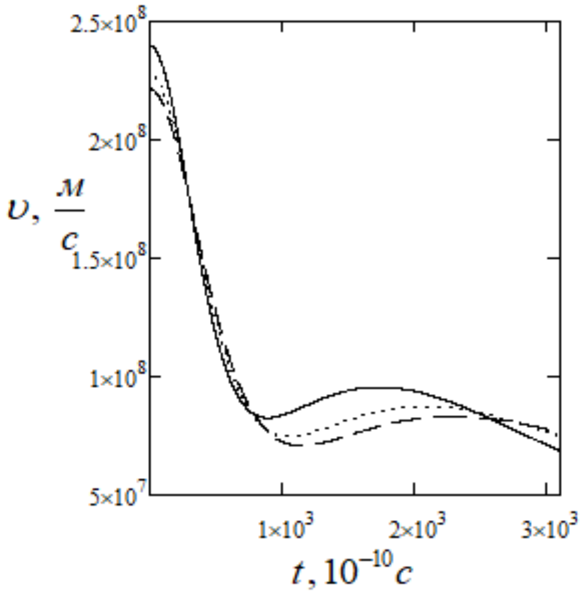

Рис. 2. Залежності модуля швидкості руху від t для трьох фіксованих значень λ: $\lambda = 1{,}1\,м$ - суцільна лінія, $\lambda = 1\,м$ - точкова лінія та $\lambda = 0{,}95\,м$ - пунктирна лінія

в) Чисельним інтегруванням одержані траєкторії руху точок. Приклад траєкторії руху точки представлений на рис. 3.

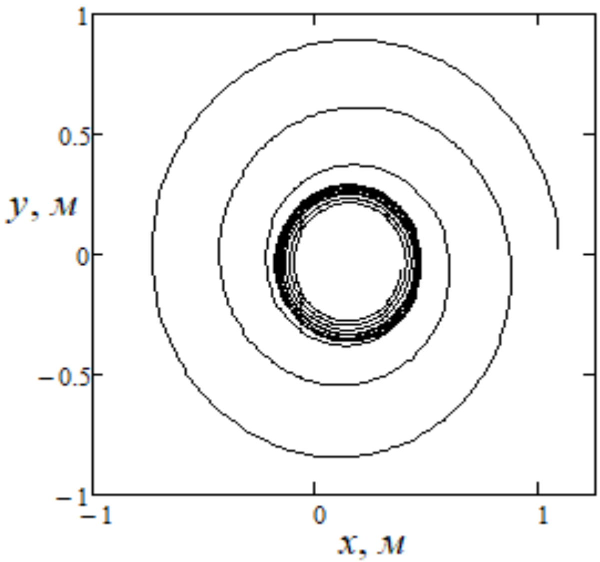

Рис. 3. Траєкторія руху точки при $\lambda = 1{,}09\,м$

Висновки. У даній роботі було здійснене узагальнення перетворень Лоренца для випадку рівномірного руху системи відліку вздовж довільної прямої. Таке узагальнення розширює можливості теоретичних досліджень у галузі спеціальної теорії відносності.

Була запропонована модель локального релятивістського обертального руху, яка може бути використана у сучасних космологічних дослідженнях. Окрім цього, спираючись на побудовану модель можна у майбутньому здійснити спробу побудови динамічної метрики простору-часу для релятивістського обертального руху.

Література

1. Авдонін К.В., Шут А.М. Обертання твердого тіла у спеціальній теорії відносності // Науковий часопис НПУ імені М.П. Драгоманова. Серія 3. 2014. С. 103-109.
2. Crispino L.C.B., Higuchi A., Matsas G.E.A. The Unruh effect and its applications. Reviews of Modern Physics. 2008. Vol. 80. No. 3. P. 787-838.
3. Mueller R. Decay of accelerated particle. Phys. Rev. D 56. 1997. P. 953-960.
4. Єжов С. М., Макарець М. В., Романенко О. В. Класична механіка. К. : ВПЦ "Київський університет", 2008. 480 с.