

**УДК: 53.02**

**ГРНТИ: 29.05.15**

**Сокольников М.Л.**

*Свердловский областной негосударственный фонд  
содействия развитию науки, культуры и искусства «Меценат»*

*Россия, Екатеринбург*

**Sokolnikov M.**

*The Foundation "Maecenas"*

*Yekaterinburg, Russian Federation*

**Ахметов А.Л.**

*Свердловский областной негосударственный фонд  
содействия развитию науки, культуры и искусства «Меценат»*

*Россия, Екатеринбург*

**Akhmetov A.**

*The Foundation "Maecenas"*

*Yekaterinburg, Russian Federation*

## **ПОСТОЯННАЯ ПЛАНКА**

### **PLANCK CONSTANT**

**Аннотация:** Показана связь постоянной Планка с законом Вина и третьим законом Кеплера. Получено точное значение постоянной Планка для жидкого или твёрдого агрегатного состояния вещества, равно

$$h = 4 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{сек.}$$

Выведена формула, объединяющая четыре физических константы – скорость света –  $c$ , постоянную Вина –  $v$ , постоянную Планка –  $h$  и постоянную Больцмана –  $k$

$$3kv = hc$$

**Ключевые слова:** постоянная Планка, постоянная Вина, постоянная Больцмана, третий закон Кеплера, квантовая механика

**Abstract:** The connection to the Planck constant with Wien's displacement law and Kepler's third law. The exact value of Planck's constant for the liquid or solid state of aggregation of matter equal to

$$h = 4 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}.$$

The formula that combines four physical constants - the speed of light -  $c$ , Wien's displacement constant -  $b$ , Planck constant -  $h$  and the Boltzmann constant -  $k$

$$3kb = hc$$

**Keywords:** Planck constant, Wien's displacement constant, the Boltzmann constant, Kepler's third law, quantum mechanics.

Об этой физической константе впервые заявил немецкий физик Макс Планк в 1899 году. В этой статье постараемся ответить на три вопроса:

1. В чём заключается физический смысл постоянной Планка?
2. Как её можно вычислить из реальных экспериментальных данных?
3. Связано ли с постоянной Планка утверждение о том, что энергия может передаваться только определёнными порциями – квантами?

### **Введение**

Читая современную научную литературу, невольно обращаешь внимание на то, насколько сложно, а иногда и туманно авторы отображают эту тему. Поэтому в своей статье я постараюсь объяснить ситуацию простым русским языком, не выходя за уровень школьных формул. История эта началась во второй половине 19 века, когда учёные начали детально изучать процессы теплового излучения тел. Для повышения точности измерений при этих экспериментах использовались специальные камеры, которые давали возможность приблизить коэффициент поглощения энергии к единице. Устройство этих камер подробно описано в различных источниках и я не буду на этом останавливаться, замечу только, что сделаны они могут быть

практически из любого материала. Оказалось, что излучение тепла является излучением электромагнитных волн в инфракрасном диапазоне, т.е. на частотах, несколько ниже видимого спектра. В ходе экспериментов было установлено, что при любой конкретной температуре тела в спектре ИК излучения этого тела наблюдается пик максимальной интенсивности этого излучения. При повышении температуры этот пик сдвигался в сторону более коротких волн, т.е. в область более высоких частот ИК излучения. Графики этой закономерности тоже есть в различных источниках и я не буду их рисовать. Вторая закономерность уже была по настоящему удивительной. Оказалось, что различные вещества при одной и той же температуре имеют пик излучения на одной и той же частоте. Ситуация требовала теоретического объяснения. И тут Планк предлагает формулу, связывая энергию и частоту излучения:

$$E = hf,$$

где  $E$  — энергия,  $f$  - частота излучения, а  $h$  – постоянная величина, которая позже и была названа в его честь. Планк вычислил и значение этой величины, которая, по его расчётам оказалась равной

$$h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{дж} \cdot \text{сек.}$$

Количественно эта формула описывает реальные экспериментальные данные не совсем точно и далее вы увидите, почему, а с точки зрения теоретического объяснения ситуации она полностью соответствует действительности, что вы позже тоже увидите.

### **Подготовительная часть**

Далее мы вспомним несколько физических законов, которые лягут в основу наших дальнейших рассуждений. Первым будет формула кинетической энергии тела, совершающего вращательное движение по круговой или эллиптической траектории. Она выглядит следующим образом:

$$E = mV^2,$$

т.е. произведению массы тела на квадрат скорости, с которой тело движется по орбите. Скорость  $V$  при этом вычисляется по простой формуле:

$$V = 2\pi R/T,$$

где  $T$  – период обращения, и в качестве  $R$  при круговом движении берётся радиус вращения, а при эллиптической траектории большая полуось эллипса траектории. Для одного атома вещества есть одна очень полезная для нас формула, связывающая температуру с энергией атома:

$$(1) \quad mV^2 = 3kt.$$

Здесь  $t$  – температура в градусах Кельвина, а  $k$  – постоянная Больцмана, которая равна  $1,3807 \cdot 10^{-23}$  Дж/К. Если взять температуру в один градус, то, в соответствии с этой формулой, энергия одного атома будет равна:

$$(2) \quad E = 4140 \cdot 10^{-26} \text{ Дж}$$

Причём эта энергия будет одинаковой как для атома свинца, так и для атома алюминия или атома любого другого химического элемента. В этом как раз и заключается смысл понятия «температура». Из формулы (1), справедливой для твёрдого и жидкого агрегатного состояния вещества, видно, что равенство энергий для различных атомов с различной массой при температуре в 1 градус достигается лишь с помощью изменения величины квадрата скорости, т.е. скорости, с которой атом совершает движение по своей круговой или эллиптической орбите. Поэтому, зная энергию атома при одном градусе и массу атома, выраженную в килограммах, мы можем без труда вычислить линейную скорость данного атома при любой температуре. Как это делается, поясним на конкретном примере. Возьмём из таблицы Менделеева

любой химический элемент, например – молибден. Далее возьмем любую температуру, например – 1000 градусов Кельвина. Зная из формулы (2) значение энергии атома при 1 градусе, мы можем узнать энергию атома при взятой нами температуре, т.е. умножить это значение на 1000. Получилось:

$$(3) \quad \text{Энергия атома молибдена при } 1000\text{K} = 4,14 \cdot 10^{-20} \text{ дж}$$

Теперь вычислим значение массы атома молибдена, выраженное в килограммах. Делается это при помощи таблицы Менделеева. В клетке каждого химического элемента, около его порядкового номера, указана его молярная масса. Для молибдена это 95,94. Остается это число разделить на число Авогадро, равное  $6,022 \cdot 10^{23}$  и полученный результат умножить на  $10^{-3}$ , так как в таблице Менделеева молярная масса указана в граммах. Получается  $15,93 \cdot 10^{-26}$  кг. Далее из формулы

$$mV^2 = 4,14 \cdot 10^{-20} \text{ дж}$$

вычислим скорость и получаем

$$V = 510 \text{ м/сек.}$$

Тут нам пора переходить к следующему вопросу подготовительного материала. Вспомним о таком понятии, как момент импульса. Это понятие было введено для тел, совершающих движение по окружности. Можно провести простой пример: взять короткую трубку, пропустить через неё шнур, привязать к шнуру груз массой  $m$  и, придерживая шнур одной рукой, другой рукой раскрутить груз над головой. Перемножив значение скорости движения груза на его массу и радиус вращения, получим значение момента импульса, который обычно обозначается буквой  $L$ . Т.е.

$$L = mVR.$$

Потянув шнур через трубку вниз, мы уменьшим радиус вращения. При этом скорость вращения груза возрастёт и его кинетическая энергия увеличится на величину той работы, которую вы выполните, тянув за шнур для уменьшения радиуса. Однако, умножив массу груза на новые значения скорости и радиуса, мы получим то же самое значение, которое у нас

получилось до того, как мы уменьшили радиус вращения. Это и есть закон сохранения импульса. Ещё в 17 веке Кеплер во втором своём законе доказал, что этот закон соблюдается и для спутников, двигающихся вокруг планет по эллиптическим орбитам. При приближении к планете скорость спутника возрастает, а при удалении от него уменьшается. При этом произведение  $mVR$  остается неизменным. То же самое касается и планет, двигающихся вокруг Солнца. Попутно вспомним и третий закон Кеплера. Вы спросите – зачем? Затем, что в этой статье вы увидите то, о чем не написано ни в одном научном источнике – формулу третьего закона движения планет Кеплера в микромире. А теперь о сути этого самого третьего закона. В официальной трактовке он звучит довольно витиевато: «квадраты периодов обращений планет вокруг Солнца пропорциональны кубам больших полуосей их эллиптических орбит». У каждой планеты есть два личных параметра – расстояние до Солнца и время, за которое она делает один полный оборот вокруг Солнца, т.е. период обращения. Так вот, если расстояние возвести в куб, а потом полученный результат разделить на период, возведённый в квадрат, то получится какая-то величина, обозначим её буквой  $C$ . А если произвести вышеуказанные математические действия с параметрами любой другой планеты, то получится та же самая величина –  $C$ . Несколько позже, на основе третьего закона Кеплера, Ньютон вывел Закон Всемирного тяготения, а ещё через 100 лет Кавендиш вычислил истинное значение гравитационной постоянной –  $G$ . И только после этого стал ясен истинный смысл этой самой константы –  $C$ . Оказалось, что это зашифрованная величина массы Солнца, выраженная в единицах измерения длина в кубе, делённые на время в квадрате. Проще говоря, зная расстояние планеты до Солнца и период её обращения, можно вычислить массу Солнца. Пропуская несложные математические преобразования, сообщу, что коэффициент пересчёта равен

$$4\pi^2/G.$$

Поэтому справедлива формула, с аналогом которой мы ещё встретимся:

$$(4) \quad 4\pi^2 R^3 / T^2 G = M \text{ солнца (кг)}$$

### **Основная часть**

Теперь можно переходить к главному. Разберёмся с размерностью постоянной Планка. Из справочников мы видим, что величина постоянной Планка

$$h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{сек.}$$

Для тех, кто подзабыл физику, напомню, что эта размерность эквивалентна размерности

$$\text{кг} \cdot \text{метр}^2 / \text{сек.}$$

Это есть размерность момента импульса

$$mVR.$$

Теперь возьмём формулу энергии атома

$$E = mV^2$$

и формулу Планка

$$E = hf.$$

Для одного атома любого вещества при заданной температуре величины этих энергий должны совпадать. Учитывая, что частота обратна периоду излучения, т.е.

$$f = 1/T,$$

а скорость

$$V = 2\pi R/T,$$

где  $R$  – радиус вращения атома, мы можем написать:

$$m4\pi^2 R^2 / T^2 = h/T.$$

Отсюда мы видим, что постоянная Планка не является моментом импульса в чистом виде, а отличается от него на сомножитель  $2\pi$ . Вот мы и определили её истинную суть. Осталось только её вычислить. Перед тем, как мы сами начнём её вычислять, давайте посмотрим, как это делают другие. Заглянув в лабораторные работы по этой теме, мы увидим, что в большинстве случаев постоянную Планка вычисляют их формул фотоэффекта. Но законы фотоэффекта были открыты гораздо позже, чем Планк вывел свою

постоянную. Поэтому поищем другой закон. Он есть. Это закон Вина, открытый в 1893 году. Суть этого закона проста. Как мы уже говорили, при определённой температуре нагретое тело имеет пик интенсивности ИК излучения на определённой частоте. Так вот, если умножить значение температуры на значение волны ИК излучения, соответствующей этому пику, то получится некая величина. Если взять другую температуру тела, то пик излучения будет соответствовать другой длине волны. Но и тут, при перемножении этих величин получится тот же результат. Вин вычислил эту константу и выразил свой закон в виде формулы:

$$(5) \lambda t = 2,898 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{градус К}$$

Здесь  $\lambda$  - длина волны ИК излучения в метрах, а  $t$  - значение температуры в градусах Кельвина. Этот закон по своей значимости можно приравнять к законам Кеплера. Теперь, посмотрев на нагретое тело через спектроскоп и определив длину волны, на которой наблюдается пик излучения, можно по формуле закона Вина дистанционно определить температуру тела. На этом принципе работают все пирометры и тепловизоры. Хотя тут не всё так просто. Пик излучения показывает, что большинство атомов в нагретом теле излучает именно эту длину волны, т.е. имеют именно эту температуру. А излучение справа и слева от пика показывает, что в теле есть как «недогретые», так и «перегретые» атомы. В реальных условиях бывает даже несколько «горбов» излучения. Поэтому современные пирометры измеряют интенсивность излучения в нескольких точках спектра, а потом полученные результаты интегрируются, что даёт возможность получить максимально точные результаты. Но вернёмся к нашим вопросам. Зная, с одной стороны, что из формулы (1) температура соответствует кинетической энергии атома через постоянный коэффициент  $3k$ , а с другой стороны, произведение температуры на длину волны в законе Вина тоже константа, раскладывая квадрат скорости в формуле кинетической энергии атома на сомножители, мы можем записать:

$$m4\pi^2R^2\lambda/T^2 = \text{константа.}$$



В левой половине уравнения  $m$  - константа, значит и всё остальное в левой части

$$4\pi^2 R^2 \lambda / T^2 - \text{константа.}$$

А теперь сравните это выражение с формулой третьего закона Кеплера (4). Тут, конечно, речь не идёт о гравитационном заряде Солнца, тем не менее, в этом выражении зашифрована величина некоего заряда, суть и свойства которого весьма интересны. Но эта тема достойна отдельной статьи, поэтому мы продолжим свою. Вычислим значение постоянной Планка на примере атома молибдена, который мы уже взяли в качестве примера. Как мы уже установили, формула постоянной Планка

$$h = 2\pi mVR.$$

Ранее мы уже вычислили значения массы атома молибдена и скорость его движения по своей траектории. Нам осталось вычислить лишь радиус вращения. Как это сделать? Здесь нам поможет закон Вина. Зная значение температуры молибдена = 1000 градусов, мы по формуле (5) легко вычислим длину волны  $\lambda$ , которая получится

$$\lambda = 2,898 * 10^{-6} \text{ м.}$$

Зная, что инфракрасные волны распространяются в пространстве со скоростью света -  $c$ , мы по простой формуле

$$T = \lambda / c$$

вычислим частоту излучения атома молибдена при температуре 1000 градусов. И получится этот период

$$T = 0,00966 * 10^{-12} \text{ сек.}$$

Но это именно та частота, которую генерирует атом молибдена, двигаясь по своей орбите вращения. Ранее мы уже вычислили скорость этого движения  $V=510$  м/сек, а сейчас знаем и частоту вращения  $T$ . Осталось только из простой формулы

$$V = 2\pi R / T$$

вычислить радиус вращения  $R$ . Получается

$$R = 0,7845 \cdot 10^{-12} \text{ м.}$$

И теперь нам остаётся только вычислить значение постоянной Планка, т.е. Перемножить значения

$$\text{массы атома } (15,93 \cdot 10^{-26} \text{ кг}),$$

$$\text{скорости } (510 \text{ м/сек}),$$

$$\text{радиуса вращения } (0,7845 \cdot 10^{-12} \text{ м})$$

и удвоенного значения числа «пи». Получаем

$$4 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{сек.}$$

Стоп! В любом справочнике вы найдёте значение

$$6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{сек!}$$

Кто прав? Вы сами по указанной методике можете просчитать значение постоянной Планка для атомов любых химических элементов при любой температуре, не превышающую температуру испарения. Во всех случаях получится величина именно

$$4 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{сек},$$

а не

$$6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{сек.}$$

Но лучше всего, чтобы ответ на этот вопрос дал сам Планк. Давайте в его формулу

$$E = hf$$

подставим наше значение его постоянной, а частота излучения при 1000 градусах вычислена нами на основе закона Вина, который сотни раз перепроверялся и выдержал все экспериментальные проверки. Учитывая, что частота является величиной, обратной периоду, т.е.

$$f = 1/T,$$

вычислим энергию атома молибдена при 1000 градусах. Получаем

$$4 \cdot 10^{-34} / 0,00966 \cdot 10^{-12} = 4,14 \cdot 10^{-20} \text{ Дж.}$$

А теперь сравним полученный результат с другим, полученным по независимой формуле, достоверность которой не вызывает сомнений (3). Эти

результаты совпадают, что является лучшим доказательством. А мы ответим на последний вопрос – содержит ли формула Планка неопровержимые доказательства того, что энергия передаётся только квантами? Иногда читаешь в серьёзных источниках такое объяснение – вот, видите, при частоте 1 Гц мы имеем определённое значение энергии, а при частоте в 2 Гц оно будет кратным величине постоянной Планка. Это и есть квант. Господа! Значение частоты может быть 0,15 Гц, 2,25 Гц или любое другое. Частота является обратной функцией длины волны и для электромагнитного излучения связаны через скорость света функцией типа

$$y = 1/x.$$

График этой функции не допускает никакого квантования. А теперь о квантах в общем. В физике существуют законы, выраженные в формулах, где присутствуют целые неделимые числа. Например, электрохимический эквивалент вычисляется по формуле масса атома/к, где к – целое число, равное валентности химического элемента. Целые числа присутствуют и при параллельном соединении конденсаторов при вычислении общей ёмкости системы. С энергией то же самое. Простейший пример – переход вещества в газообразное состояние, где однозначно присутствует квант в виде числа 2. Интересна и серия Бальмера и некоторые другие соотношения. Но к формуле Планка это не имеет никакого отношения. Кстати, сам Планк был такого же мнения.

### **Заключение**

Если открытие закона Вина можно по значимости сравнить с законами Кеплера, то открытие Планка можно сравнить с открытием Закона Всемирного тяготения. Он превратил безликую постоянную Вина в константу, имеющую и размерность и физический смысл. Доказав, что при жидком или твёрдом агрегатном состоянии вещества, для атомов любых элементов при любой температуре сохраняется момент импульса, Планк совершил великое открытие, позволившее по новому взглянуть на окружающий нас физический мир. В заключение приведу интересную формулу, выведенную из

вышесказанного и объединяющую четыре физических константы – скорость света –  $c$ , постоянную Вина –  $v$ , постоянную Планка –  $h$  и постоянную Больцмана –  $k$ .

$$(6) \quad 3k\varepsilon = hc$$

**Библиографическая ссылка:**

видео "Познание мира 4" студия "Народное кино" от 27 марта 2016 г.